1. Найти общее решение дифференциального уравнения.

А) [redacted]

, б) [redacted]

.

Решение

А) Представим данное уравнение в виде [redacted]

,

Данное уравнение является однородным:

[redacted]

Р[redacted]

.

Чтобы решить это уравнение, сделаем подстановку: [redacted]

[redacted]

Вернемся к первоначальной переменной.

[redacted]

Вернемся к первоначальной переменной.

[redacted]

Вернемся к первоначальной переменной.

[redacted], б)

[redacted] решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее

[redacted]

[redacted]

[redacted]

Составим характеристическое уравнение и решим его.

[redacted]

[redacted]

[redacted] характеристического уравнения мнимые различные, поэтому

[redacted] однородного уравнения будем искать в виде

$$\bar{y}' = a\sin x + b\cos x + x(a\cos x - b\sin x) = \sin x(a - bx) + \cos x(b + ax)$$

$$\bar{y}'' = \cos x(a - bx) - b\sin x - \sin x(b + ax) + a\cos x = \cos x(2a - bx) - \sin x(2b +$$

Подставляем полученные значения в исходное уравнение и находим a, b:

$$\cos x(2a - bx) - \sin x(2b + ax) + ax\sin x + bx\cos x = \cos x$$

$$2a\cos x - 2b\sin x = \cos x$$

$$\begin{cases} 2a = 1 \\ -2b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{2};\ b = 0$$

Тогда общее решение заданного уравнения [redacted]

При [redacted]

[redacted]

[redacted]

Окончательно, [redacted]

Ответ: [redacted]

3. Найти общее решение системы с помощью характеристического уравнения.

[redacted]

уравнения имеет вид [redacted] решение линейной однородной системы дифференциальных

Подставим в систему и получим связь между A и B:

[redacted]

,

Характеристическое уравнение:

[redacted]

.

,

,

Его корни:

Оба корня характеристического уравнения вещественны и различны:

[redacted]

.

.

,

В силу произвольности A1 и A2 можем, например, положить, что A1=A2=1. Тогда

[redacted]

,

Таким образом, фундаментальная матрица

[redacted]

[redacted]нением системы будет следующее семейство функций:

[redacted]

,

[redacted]

где

[redacted]

и

[redacted]

Отв произвольные постоянные.

[redacted]

,

[redacted]

4. На тело массы

[redacted]

[redacted]

[redacted]

[redacted]

Подставим [redacted]

, [redacted]

, [redacted]

в данное уравнение: [redacted]

[redacted] слева и справа в последнем

[redacted]

Таким образом, [redacted]

Имеем окончательно, закон движения тела: [redacted]

Ответ: [redacted]

1. Найти область сходимости степенного ряда [redacted]

[redacted]

Найдем интервал сходимости ряда [redacted]

Тогда [redacted]

или [redacted]

Ряд сходится на интервале ([redacted]

;



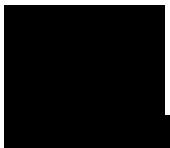
Абсолютно

Исследуем поведение ряда на концах интервала сходимости:

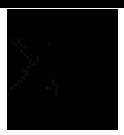


получим ряд 

Воспользуемся вторым признаком сравнения: 

, 

, 

Следовательно 

и 

сходятся или расходятся одновременно, а так как ряд 

расходится (Так как ряд Дирихле 

расходится при p<1), то ряд 

Расходится.

Так как



получим ряд 

- данный ряд является знакочередующимся, исследуем его на абсолютную сходимость:



- ряд расходится, доказано выше. Исследуем его на условную сходимость. Так как



и



Следовательно, ряд



Сходится условно

Ответ: Имеем интервал абсолютной сходимости ряда:



. При



2 ряд

Вычисляется определенный интеграл



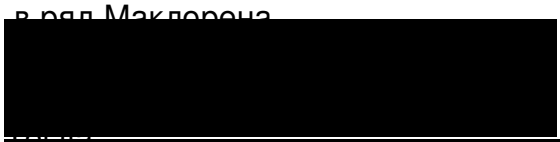
с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в степенной ряд и затем

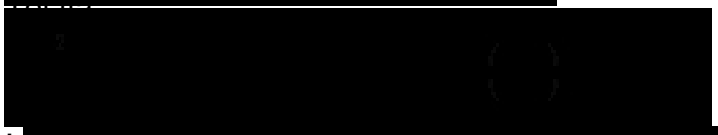


Воспользуемся разложением функции



в ряд Маклорена





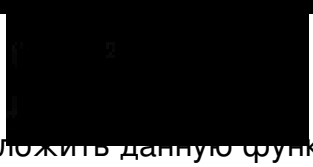
,



Имеем



Ответ:



3. Разложить данную функцию в ряд Фурье в интервале

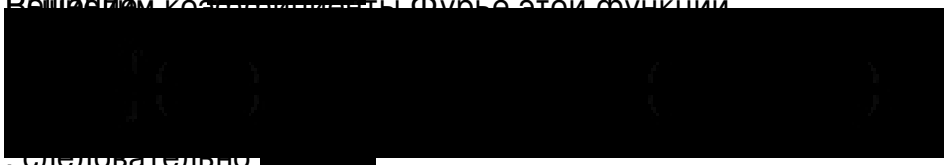




в интервале



Вычислим коэффициенты Фурье этой функции



, следовательно



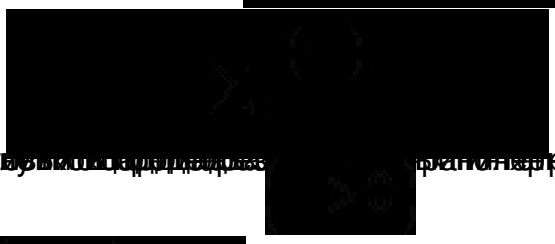
,



Ряд Фурье имеет вид:



Ответ:

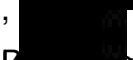




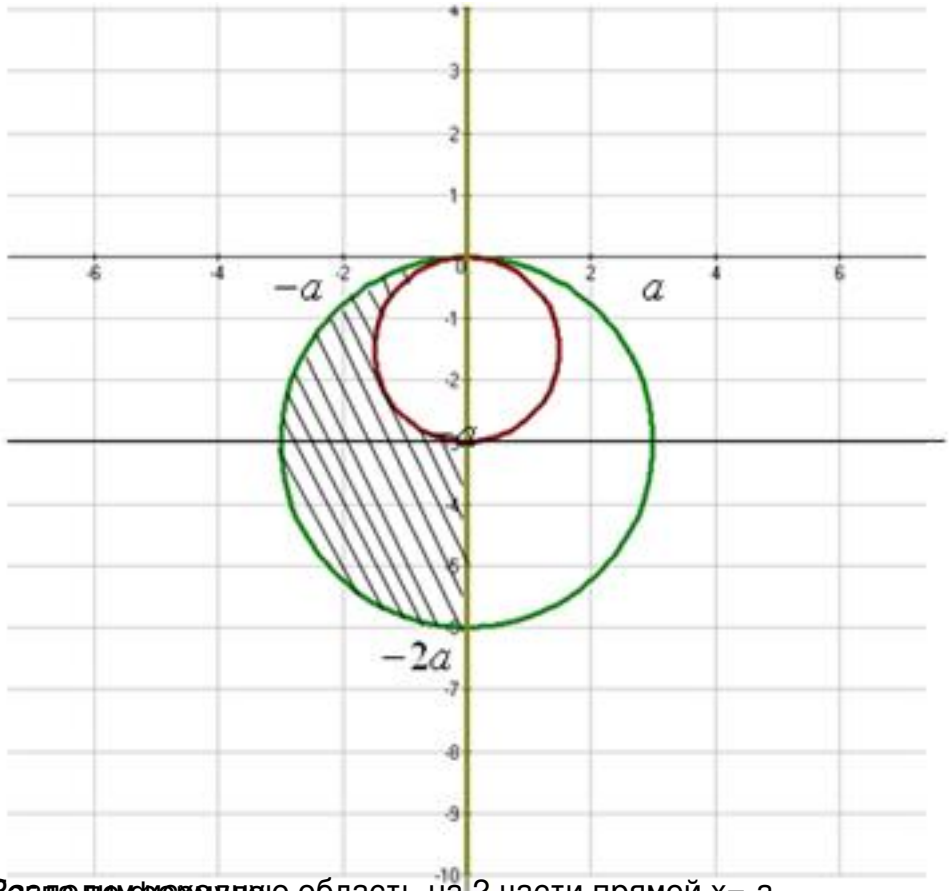
,



,



Изобразим фигуру, площадь которой нужно найти:



Разделим исходную область на 2 части прямой x=-a

Тогда по формуле

имеем

Перейдем к полярным координатам

Тогда наши уравнения перепишутся

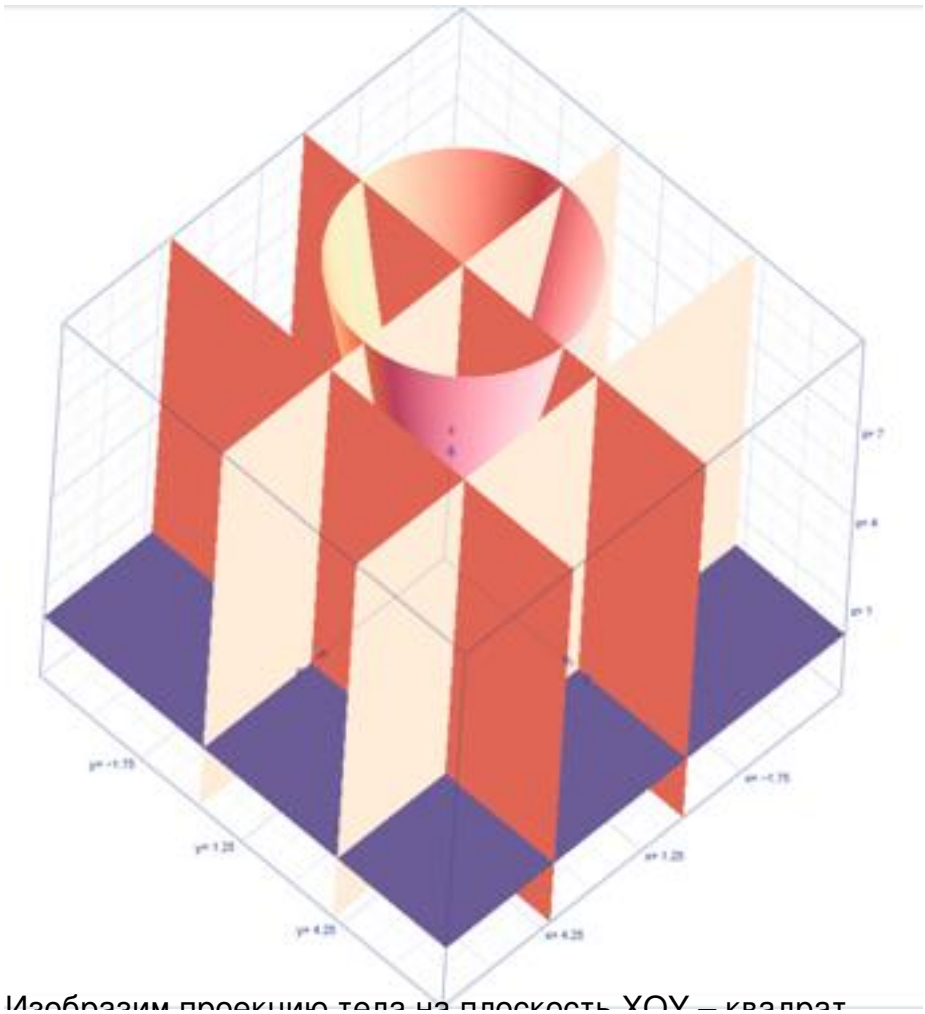
Тогда по формуле

[redacted]

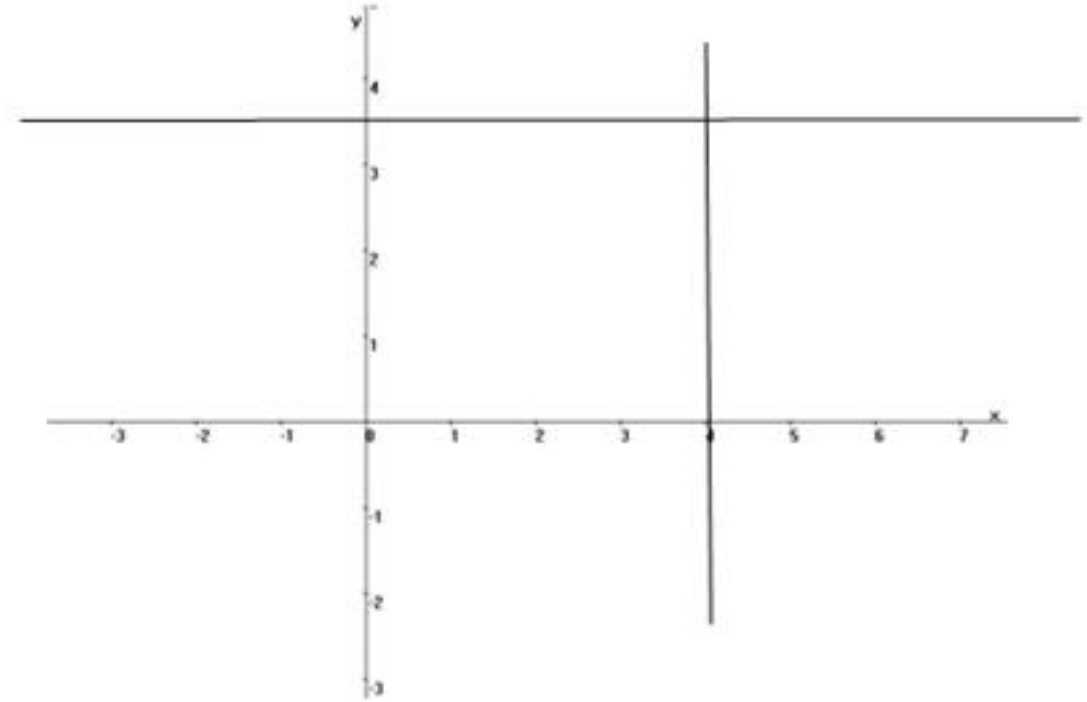
Ответ:

[redacted]

Изобразим данное тело – параболоид по бокам и снизу ограниченный плоскостями



Изобразим проекцию тела на плоскость XOY – квадрат



Объём тела можно найти по формуле



В нашем случае

[redacted]

Ответ: [redacted]

6) Дано векторное поле [redacted]

и плоскость [redacted]

, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду [redacted]

1) Требуется вычислить циркуляцию векторного поля [redacted]

по замкнутому контуру [redacted]

, являющемуся треугольником, ограничивающим плоскость [redacted]

2) которая по теореме Стокса; [redacted]

через плоскость [redacted]

3) поток вектора внешней нормали к ней; [redacted]

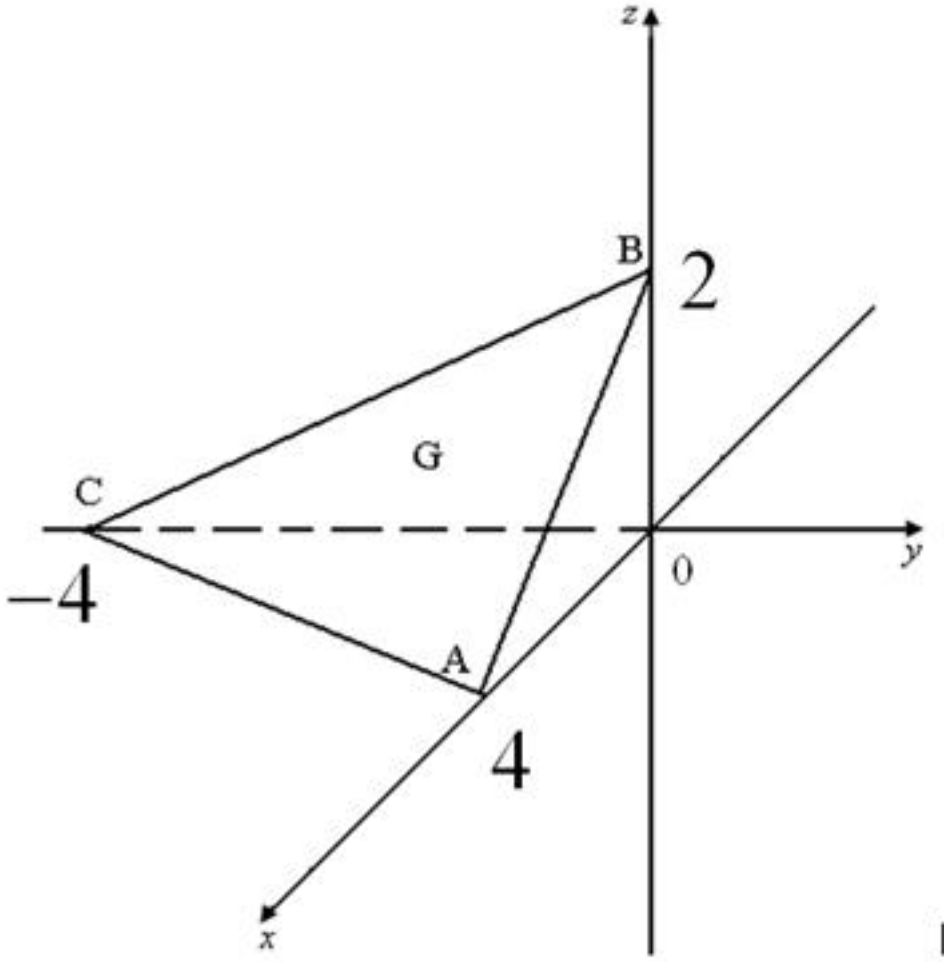
через полную плоскость пирамиды [redacted]

Сделать чертеж нормали к ее поверхности, применив теорему Остроградского.

[redacted]

,

Изобразим плоскость [redacted]



0

1) Циркуляция (непосредственное вычисление)

На контуре AB:

На контуре BC:

.

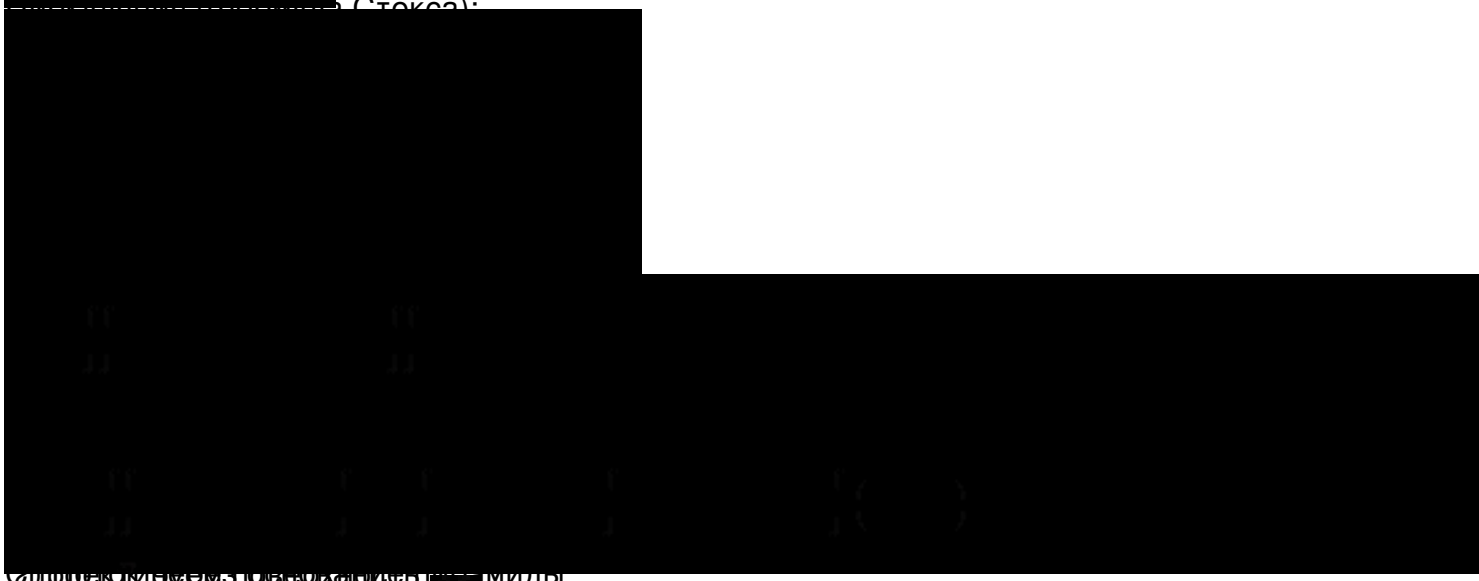


На контуре

:



Стокса):



пирамиды

На правильные косинусы вектора внешней нормали

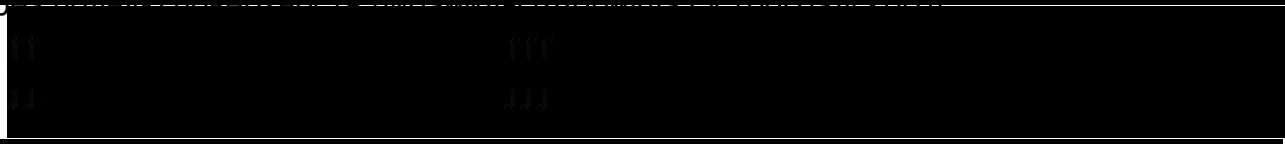
будут такими:



.



Сформулируем



Получим



Объем пирамиды вычислен по формуле:

$$V = \frac{1}{3}Sh,$$

где S — площадь основания и h — высота;