Тема 1. Погрешности при решении задач

Виды и источники погрешности. Абсолютная и относительная погрешность. Погрешности арифметических операций. Понятия приближенного числа и значащих цифр. Ошибки округления, правила округления.

Тема 2. Методы решения алгебраических уравнений

Постановка задачи поиска корня алгебраического уравнения. Два этапа решения задачи: отделение и уточнение корня. Скорость сходимости. Итерационные и прямые методы. Метод деления отрезка пополам. Метод простой итерации. Метод Ньютона и метод секущих, их геометрическая интерпретация.

Тема 3. Задача решения систем линейных уравнений

Постановка задачи. Плохо обусловленные системы. Метод исключения Гаусса. Прямой и обратный ход метода Гаусса. Вычисление определителя и обратной матрицы методом исключения. Трехдиагональные матрицы и метод прогонки. Метод простой итерации. Условия сходимости метода простой итерации. Метод Зейделя.

Тема 4. Приближение функций

Постановка задачи о приближении функций. Виды аппроксимаций. Интерполяция и ее виды. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона. Понятие разделенной разности. Погрешность и сходимость интерполяции. Сплайны. Интерполяция сплайнами. Метод наименьших квадратов (МНК) и его применение для интерполяции. Нормальная система МНК.

Тема 5. Проблема собственных значений

Постановка задачи поиска собственных значений и собственных векторов матрицы. Характеристическое уравнение. Метод вращений. Идеи метода вращений. Матрица вращения. Алгоритм метода вращения. Алгоритм поиска максимального по модулю собственного значения матрицы.

Тема 6. Численное дифференцирование

Постановка задачи численного дифференцирования. Использование многочлена в форме Ньютона для поиска производных функции. Безразностные формулы численного дифференцирования. Применение ряда Тейлора для численного дифференцирования.

Тема 7. Численное интегрирование

Постановка задачи вычисления определенного интеграла. Метод прямоугольников, метод трапеций, метод Симпсона и их геометрическая интерпретация. Погрешности численных методов интегрирования. Метод Ромберга повышения порядка точности.

Тема 8. Метод статистических испытаний

Сущность метода статистических испытаний. Особенности метода Монте-Карло. Моделирование случайных величин с заданным законом распределения. Теоретические основы метода Монте-Карло. Вычисление интегралов методом Монте-Карло. Оценка погрешности.

Тема 9. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений

Постановка задачи. Плохо обусловленные задачи. Одношаговые и многошаговые методы. Разностная сетка. Метод конечных разностей. Порядок точности разностной схемы. Метод Эйлера. Метод Эйлера с пересчетом. Метод Рунге-Кутты. Многошаговый метод Адамса.

Тема 10. Задача оптимизации

Постановка задачи оптимизации. Множество допустимых решений. Локальный и глобальный минимум. Минимизирующая последовательность. Виды задач оптимизации. Математическая запись задачи оптимизации. Теоремы существования экстремума.

Тема 11. Численные методы безусловной оптимизации

Стационарная точка. Необходимые и достаточные условия существования экстремума для дважды непрерывно дифференцируемых функций. Общий алгоритм поиска минимума функции. Выбор шага и направления. Метод золотого сечения. Градиентные методы. Метод покоординатного спуска и метод Гаусса-Зейделя. Метод сопряженных градиентов. Метод стохастической аппроксимации.

Тема 12. Численные методы условной оптимизации

Необходимые и достаточные условия экстремума для дважды непрерывно дифференцируемых функций. Метод множителей Лагранжа. Метод условного градиента. Метод барьерных функций. Методы случайного поиска.

Тема 13. Задача решения систем линейных уравнений

Постановка задачи вариационного исчисления. Функционал. Вариация кривой. Первая и вторая вариации функционала. Слабый и сильный локальный экстремум. Необходимые условия локального экстремума.
Основная лемма вариационного исчисления. Простейшая вариационная задача. Уравнение Эйлера. Необходимые условия экстремума для простейшей задачи. Интегрирование уравнения Эйлера в квадратурах. Условия Якоби и Лежандра. Достаточные условия слабого и сильного минимума.

Тема 14. Методологические замечания

Выбор начальной точки для применения методов оптимизации.
Использование численных методов для решения задач на практике.